

# 简单的指、对数不等式

金坛区第一中学数学组 范怡菁

## 1、学习目标

1. 通过数学结合思想与逻辑推理相结合，掌握简单的指、对数不等式；
2. 通过构造指对数不等式的变式，培养创新能力；
3. 增强应用指对数不等式解决含 $e^x$ 和 $\ln x$ 的不等式证明或比较大小的问题的意识。

## 二、问题情境

当 $x \neq 0$ 时，下列不等式成立的是 ( )

- |                 |  |
|-----------------|--|
| A · $e^x < 1+x$ | B · 当 $x > 0$ 时 $e^x < 1+x$ ，当 $x < 0$ 时 $e^x > 1+x$ |
| C · $e^x > 1+x$ | D · 当 $x < 0$ 时 $e^x < 1+x$ ，当 $x > 0$ 时 $e^x > 1+x$ |

## 三、建构数学

简单的指、对数不等式：

## 四、应用数学

例1 · 已知 $a=1.01, b=e^{0.01}, c=\sqrt{1.02}$ ，则 $a, b, c$ 的大小关系为 ( )

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| A · $a > b > c$ | B · $a > c > b$ |
| C · $b > a > c$ | D · $b > c > a$ |

跟踪小练1 · 用不等号“ $<$ ”将 $\sqrt{e} - 1, \frac{1}{2}, \sin \frac{\delta}{7}$ 按从小到大排序为\_\_\_\_\_.

跟踪小练2 · 已知  $a = \frac{1}{100}, b = e^{-\frac{99}{100}}, c = \ln \frac{101}{100}$  , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A ·  $a < b < c$       B ·  $a < c < b$       C ·  $c < a < b$       D ·  $b < a < c$

跟踪小练3 · 已知函数  $f(x) = x - \ln x, g(x) = \frac{\ln x}{x}$  , 求证:  $f(x) > g(x)$ .

例2 · 已知  $x > 0$  , 比较  $x$  与  $\ln(1+x)$  的大小, 结果为\_\_\_\_\_ .

请列出一些变换后的不等式:

思考: 何时使用这些不等式?

(课堂本P134的例4) 已知函数  $f(x) = x - a \ln x, g(x) = -$  .

- (1) 设函数  $h(x) = f(x) - g(x)$ ，求函数  $h(x)$  的单调区间；
- (2) 若在区间  $[1, e]$  上存在一点  $x_0$ ，使得  $f(x_0) < g(x_0)$  成立，求实数  $a$  的取值范围。

(学案 P139 的例 4) 已知函数  $f(x) = x - 2a \ln x - (a \in \mathbf{R})$ 。

- (1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性；
- (2) 若  $x_1, x_2$  为函数  $f(x)$  的两个极值点，求证： $x_1 x_2 > 2 - 4a$ 。

(学案 P140 的题组训练 3) 已知函数  $f(x) = \ln x + x - 1$ ，且  $f(x)$  的最小值为 0，则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

(学案 P140 的题组训练 4 (2) ②) 已知函数  $f(x) = \ln x + x^2 - ax + 1$ 。

- (1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $x = 1$  处的切线过点  $(2, 2)$ ，求实数  $a$  的值。
- (2) 设  $f(x)$  恰有两个极值点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 。
- ① 求实数  $a$  的取值范围；
- ② 求证： $f(x_2) < f(x_1) < 0$ 。

例 5。求证： $e^x > \ln x + 2$ 。

跟踪小练：已知函数  $f(x) = e^x - \ln(x+m)$ ，当  $m \leq 2$  时，求证： $f(x) > 0$

思考：已知函数  $f(x) = \ln x - ax (a \in R)$

- (1) 若  $f(x)$  存在极值，求  $a$  的取值范围；
- (2) 证明： $\ln x + x + 1 \leq xe^x$

五、回顾反思

知识：

技能：