



如何上好数学概念课

——以“从位移、速度、力到向量”教学为例

谢小翔(江西省赣州中学)

摘要:数学概念教学在数学中处于核心地位。数学概念的形成过程是一个归纳、概括、抽象的过程。对概念的了解应是多维度、多因素的,因此,概念学习过程应是一个探究的过程。数学概念教学中,不仅要重视概念的生成过程,重视对概念的内涵和外延的认识,也要重视将概念向相关知识领域迁移,促进学习者能力的提高。

关键词:概念;向量;建构;探究

文章编号:1002-2171(2019)3-0022-03

1 教学分析

“从位移、速度、力到向量”是北师大版《数学4》(必修)第二章“平面向量”第一节课。向量是近代数学中最基本、最重要的数学概念之一,是沟通代数、几何与三角函数的桥梁。它集数与形于一身,实际背景极其丰富,位移、速度、力等是它的物理背景,有向线段是它的几何背景。向量是从这些实际对象中抽象出来的数学概念。作为数学模型,向量被广泛应用于数学、物理及实际生活中,在高中数学中占有非常重要的地位。

本节课是一节概念课。通过本节课的学习,让学生意识到向量具有两个基本特征:大小和方向,研究向量就从大小和方向这两点入手。另外,类比实数学习的经验,引入一个量,就要研究它的运算和相应的运算律,因此,本章后续要研究的内容就比较清楚了,本节课的教学对整章的学习具有统领全局的作用。

在形成向量的基本概念的过程中,应充分考虑到学生的认知水平,把学生已有的知识作为新知识的生长点。在探究向量的几何表示时,可以借助物理中力的图示、位移的表示、速度的表示,归纳出向量的几何表示法以及字母表示法。在探究向量间的特殊关系时,可以通过展示多媒体课件演示图形动画,辅助学生理解概念,让学生再一次感受到向量集数与形于一身的特征。通过类比学习数量的过程,学生自然能够获得学习新知识——向量的研究方向。在概念的学习中,重要的是让学生体验生成概念的过程,并获得学习新概念的“基本套路”,即认识数学新对象的基本方法,

而不是停留在对向量几个相关概念的演练上。因此,本节课的学习,理论意义远大于它在解题中的作用。

2 教学过程

2.1 创设情境,建构概念

教师:同学们,咱们来玩一盘桌球游戏,你觉得要将桌球打入洞内,要如何操作?

学生的兴致很高,纷纷回答:瞄准来打就行了。

教师:瞄准来也就是说方向对了,方向对了就一定能把球打进洞里吗?

教师电脑演示(图1),瞄准后用力一击,结果球打飞了。

学生:不仅方向要对,力度大小也要控制好才行。

按照学生的想法再次进行动画演示,成功将桌球打入洞内。

设计意图:概念不是凭空产生的,通过简单、直白的问题,熟悉的生活情境,自然地引出学习内容,让学生感受到“既有大小又有方向的量”的客观存在,有助于激发学生的学习兴趣。

教师:力是既有大小又有方向的量。还有哪些量是既有大小又有方向的量,你能再举些例子吗?

学生:从家到学校的位移、飞机的飞行速度、汽车爬坡时的牵引力等既有大小又有方向。

进一步直观演示,教师展示多媒体图片,加深学生的印象。

设计意图:激活学生已有的知识、经验,形成对量的初步认识。从丰富的实例中学生感知到概念



图1



本质特征,为概念的进一步抽象概括打下基础。

教师追问:生活中有没有只有大小没有方向的量?请举例。

学生:长度、面积、质量、密度等量只有大小没有方向。

设计意图:概念教学中,通过对正例和反例的呈现,可以让学生领悟到概念的本质,突出向量的两个主要特征。

教师:回顾学习数量的概念,我们从一本书、一棵树、一支笔中抽象出只表示大小的数量“1”。同样地,我们也可以从位移、速度、力中抽象出既有大小又有方向的量,形成一种新的研究对象——向量。

在数学中,我们把这种既有大小,又有方向的量叫作向量。而把那些只有大小,没有方向的量叫作数量。

向量的两个基本要素:大小和方向。

(板书:向量的概念)

教师:出示章头图(图2),简介本章内容。



图2

向量是近代数学中最基本、最重要的概念之一,是沟通代数、几何、三角函数的一种工具,有着极其丰富的实际背景。

设计意图:本节课具有统领全局的作用,借助章头图对本章内容在数学中的地位做一个简介,并回答平面向量这一章“是什么”“为什么学”的问题,可以激发学生的学习热情,明确学习任务。

2.2 问题引领,逐步探究

教师:在数学中,给出定义以后,就要思考如何用符号表示它。你认为如何来表示一个向量比较合理呢?

如图3所示,一个放置在水平桌面上的物体,受到10 N的重力,请作出物体的受力图。



图3

学生:在力的示意图中,我们用有向线段来表示力。

教师:什么是有向线段?

学生:规定了起点、方向、长度的线段。

教师:方向和大小正好是向量的两个基本要素。所以利用类比思想,我们可以如何表示向量?

学生(齐答):有向线段。

教师:在数学中我们研究的是仅由大小和方向确定,而与起点位置无关的向量(亦称为自由向量)。

(板书:向量的几何表示法——有向线段)

设计意图:教师根据学生的认知设计了一个课堂活动,通过作图,回顾物理中力的图示,激发认知冲突,进一步了解向量的实际背景,自然地接受向量的几何表示法。

教师:回忆我们在初中几何学习中一条线段、直线的表示,学习实数中一个实数的表示,从中受到启发,向量还可以用什么表示?

学生:字母表示。

教师:非常正确。向量还可以用字母表示。用有向线段的起点与终点字母表示,如 $\overrightarrow{AB}$;也可以用黑体小写字母,如 $a, b, c, \dots$ 表示。

(板书:向量的字母表示法)

设计意图:字母表示法相对抽象,让学生在已有知识的基础上,从中受到启发,得到向量的字母表示法,并理解字母表示的抽象性。

通过对向量表示方法的探讨,让学生从大小和方向两个角度来研究向量,并认识到几何表示法突出了向量“形”的特征,而字母表示法便于我们表达并为后续学习做准备。

教师:向量有两个基本要素——大小和方向。向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小称为向量的长度(或称为模),记作 $|\overrightarrow{AB}|$ 。从大小(长度)的角度来看,类比实数进行思考,有没有什么特殊的向量?教师组织学生思考、交流、讨论。

学生:长度为0的向量和长度为1的向量。

教师:非常好。长度为0的向量叫作零向量,记作 $\mathbf{0}$, $\mathbf{0}$ 的方向是任意的。长度为1个单位长度的向量叫作单位向量。

设计意图:引导学生充分探究已有知识与新知识的关联,为新知识的学习提供参考,类比学生熟悉的实数知识,学生自然地得出零向量和单位向量的概念。

教师:我们刚才从大小的角度,研究了特殊的向量。那么现在再从方向的角度看,向量之间有没有一些特殊关系呢?

教师让学生在图中画出一些向量,并探索它们之间的关系,组织学生进行交流、讨论、补充,逐步完善,共同归纳概括出向量之间的特殊关系。

学生:长度相等且方向相同的向量叫作相等向量。

教师:向量平行、共线与直线平行、共线有什么区别和联系?

学生:如果表示两个向量的有向线段所在的直线平行或重合,则称这两个向量平行(平行向量又称共线向量)。

教师展示多媒体课件,演示图形动画,辅助学生理解相等向量和平行向量的概念。

设计意图:设置开放性的问题,让学生参与概念的形成过程,通过作图观察、交流讨论、抽象概括、自然生成概念;在知识形成过程中,进一步体会向量的两个基本特征,即大小和方向,研究向量就要从大小和方向这两个关键角度入手。借助多媒体课件,演示图形动画,让学生进一步感受到向量集数与形于一身的特征。

学生:老师,物理中的矢量和数学中的向量有什么区别和联系呢?



教师:这个问题问得好,说明你是个爱思考的学生。矢量和向量都是既有大小又有方向的量。物理中的矢量除了大小和方向两个要素之外,还有作用点,每个矢量都有其物理意义。而在数学中,向量只关注大小和方向两个要素,是自由向量,是向量基础上的进一步抽象。在后续学习中,我们还将通过类比实数的运算和运算律,来学习向量的运算、运算律以及坐标运算,突出向量的运算特性。

设计意图:与导入环节的情境相呼应,让学生领会到向量概念与其物理背景、几何背景之间的区别和联系,抓住向量的本质特征。教师通过介绍后续学习的内容,激发学生不断求知的欲望,增强学生学习的兴趣。

2.3 辨析概念 例题互动

例1 判断下面的说法是否正确。

- (1) 向量的模的取值范围是 $(0, +\infty)$ 。
- (2) 若 a 与 b 都是单位向量,则 $|a|=|b|$ 。
- (3) 若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量,则 A, B, C, D 四点共线。
- (4) 若 $a=b, b=c$,则 $a=c$ 。
- (5) 若 $a \parallel b, b \parallel c$,则 $a \parallel c$ 。

设计意图:概念辨析是概念形成过程中不可或缺的环节。本节课概念多且易混淆,针对本节概念的易错点,设置适当的正例和反例,让学生在辨析对错的过程中理解和记忆概念。

例2 如图4, D, E, F 依次为等边三角形 ABC 的边 AB, BC, AC 的中点,在以 A, B, C, D, E, F 为起点或终点的向量中:

- (I) 找出与 $\overrightarrow{DE}$ 相等的向量;
- (II) 找出与 $\overrightarrow{DF}$ 共线的向量。

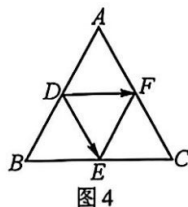


图4

设计意图:通过小组讨论与合作学习,让学生进一步理解共线向量、相等向量的概念及相互区别。

2.4 归纳小结,延伸课堂

学生小结本节课学习的内容(如图5):

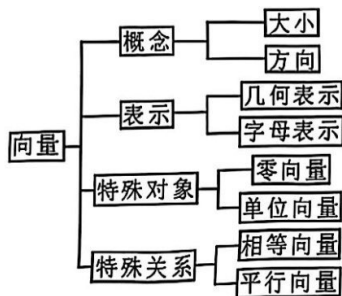


图5

设计意图:由学生小结本节课学习的内容,教师加以提炼补充。并归纳学习新概念的“基本套路”(如图6):



图6

3 教学反思

教学活动的主线是为了解决问题。基于数学概念的本质,本节课以数学知识“再发现”为线索,精心设置了“问题串”,帮助学生铺设通往新知的道路。

回看本节课的“问题串”:“生活中哪些量是既有大小又有方向的?有没有只有大小没有方向的量?”“你认为如何表示一个向量比较合理?”“从大小(长度)的角度来看,类比实数进行思考,有没有什么特殊的向量?”“再从方向的角度看,向量之间有没有一些特殊关系呢?”“向量平行、共线与直线平行、共线有什么区别和联系?”等,这些环环相扣、拾级而上的问题,展现了知识的来龙去脉,激发了学生学习和参与的热情,使得课堂精彩不断。

“问题串”并非是为了提问而设计,而应基于概念的本质精心设计,引导学生思考、探索,从而建立良好的认知结构,经历知识的发生、发展过程,发现问题解决的途径和规律。

数学学习中的诸多错误往往是来源于对概念理解、记忆的不到位,一堂精彩的概念课一定要讲清楚概念的“源”与“流”,“源”讲的是数学知识的发生过程,“流”讲的是数学知识的发展演变。从学生认知的角度,教师应该引导学生体验数学概念产生的过程,揭示概念的来龙去脉,为什么要引入这个概念?这个概念与以前学过的某个概念有什么相同或不同?

本节课是一节概念课,概念的理解无疑是重点,也是难点。为了帮助学生建立向量的概念,对数与形的相关概念进行类比与联系非常有必要。具体教学中,让学生参与到定义概念的活动中来,引导学生经历从具体事例中领悟向量概念的本质特征。类比数量的概念得到向量概念的定义及表示,类比数的集合认识向量的集合,类比直线的基本关系认识向量的基本关系,让学生从中体会到认识一个数学概念的基本思路,并获得学习新概念的方法。

由于数学概念的高度抽象,学生往往要花费大量的时间才能理解,针对学生的认知水平、可能遇到的理解障碍来展开教学,确保学生有时间、有机会参与到概念建构的活动中来,这是至关重要的。

